П Р И М Е Р Н А З А Д А Ч А

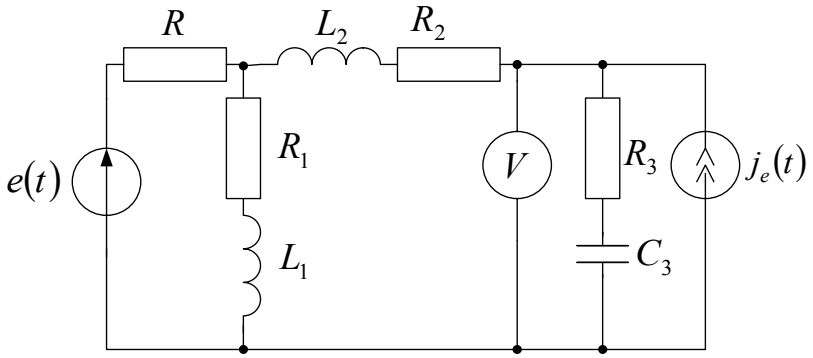
по

Теоретична Електротехника част - I

Параметрите на веригата са: $e(t)=100\sqrt{2}\sin(\omega t+90^o)$, V; $j_e(t)=5\sin(\omega t-45^o)$,A;
$R=R_1=R_2=R_3$=10 Ω; L_1=10 mH; L_2=5 mH; C_3= 100 μF; ω=2000 rad/s.

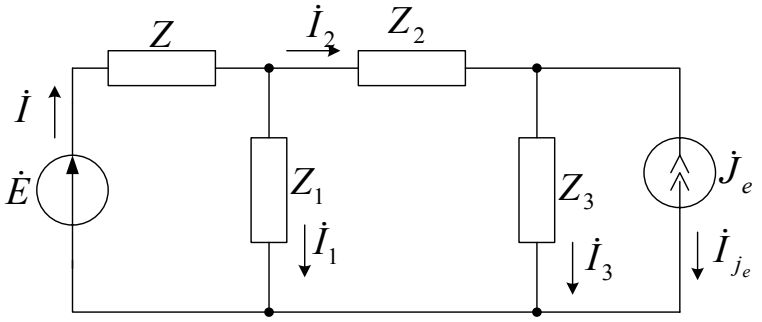
Да се определи:

- моментните стойности на токовете във всички клонове;
- показанието на идеалния волтметър;
- баланса на мощностите.



Решение:

1. Съставя се заместващата схема с комплексните величини.



2. Определят се комплексните стойности на величините.

За определяне комплексната стойност на е.д.в. се използва преобразуването:
$e(t)=e_m\sin(\omega t+\psi_e)\rightarrow \dot{E}=Ee^{j\psi_e}$ и съответно $j_e(t)=j_{em}\sin(\omega t+\psi_{je})\rightarrow \dot{J}_e=J_e e^{j\psi_{je}}$.

Следователно комплексната стойност на е.д.н. е: $\dot{E}=\dfrac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{j90^\circ}=100e^{j90^\circ}$.

След прилагане формулата на Ойлер за е.д.н. в алгебрична форма се получава
$\dot{E}=100(\cos 90^\circ+j\sin 90^\circ)=j100V$.

Аналогично се определя комплексната стойност на е.д.т.:

$$\dot{J}_e=\frac{5}{\sqrt{2}}e^{-j45^\circ}=\frac{5}{\sqrt{2}}(\cos 45^\circ-j\sin 45^\circ)=2{,}5-j2{,}5.$$

За комплексната стойност на съпротивленията се получава: $Z=R=10\Omega$;

$$Z_1=R_1+j\omega L_1=10+j2000.10.10^{-3}=(10+j20)\Omega;$$

$$Z_2=R_2+j\omega L_2=10+j2000.5.10^{-3}=(10+j10)\Omega;$$

$$Z_3=R_3-j\frac{1}{\omega C}=10-j\frac{1}{2000.100.10^{-6}}=(10-j5)\Omega.$$

3. Съставя се аналитичния модел на веригата, като се използват законите на Кирхоф. Уравненията по първи закон на Кирхоф са 2. Уравненията по втори закон на Кирхоф са също 2. Следователно системата уравнения е:

$$\begin{cases} -\dot{I}+\dot{I}_1+\dot{I}_2=0 & \text{за възел } a \\ -\dot{I}_2+\dot{I}_3+\dot{I}_{je}=0 & \text{за възел } b \\ Z\dot{I}+Z_1\dot{I}_1=\dot{E} & \text{за контур } I \\ -Z_1\dot{I}_1+Z_2\dot{I}_2+Z_3\dot{I}_3=0 & \text{за контур } II. \end{cases}$$

Токът в клона с източник на ток е $\dot{I}_{je}=J_e=(2{,}5-j2{,}5)A$.

Системата уравнения с числените стойности е следната:

$$\begin{cases} -\dot{I}+\dot{I}_1+\dot{I}_2=0 \\ -\dot{I}_2+\dot{I}_3+=-2{,}5+j2{,}5 \\ 10\dot{I}+(10+j20)\dot{I}_1=j100 \\ -(10+j20)\dot{I}_1+(10+j5)\dot{I}_2+(10-j5)\dot{I}_3=0. \end{cases}$$

4. Решава се системата уравнения и се определят комплексните стойности на токовете.

$\dot{I}=(1{,}91+j3{,}46)A$; $\dot{I}_1=(2{,}23+j2{,}07)A$; $\dot{I}_2=(-0{,}33+j1{,}39)A$; $\dot{I}_3=(-2{,}83+j3{,}89)A$

Комплексните стойности на токовете в показателен вид са:

$\dot{I}=3{,}95e^{j61{,}18^\circ_i}A$; $\dot{I}_1=3{,}045e^{j42{,}8^\circ_i}A$; $\dot{I}_2=1{,}43e^{j103{,}24^\circ_i}A$; $\dot{I}_3=4{,}81e^{j126^\circ_i}A$

5. Определят се моментните стойности на токовете.

За определяне на моментните стойности на токовете се използва следното преобразуване: $\dot{I}=Ie^{j\psi_i}\rightarrow i(t)=I\sqrt{2}\sin(\omega t+\psi_i)$.

Следователно моментните стойности на токовете са:

$i(t)=5{,}59\sin(\omega t+61{,}18^\circ)$A; $i_1(t)=3{,}045\sin(\omega t+42{,}8^\circ)$A; $i_2(t)=2{,}02\sin(\omega t+103{,}24^\circ)$A; $i_3(t)=6{,}81\sin(\omega t+126^\circ)$ A.

6. Определя се показанието на волтметъра.

Волтметърът е включен между т. ***b*** и т.***c***. Определя се комплексната стойност на напрежението между т. ***b*** и т.***c.***

$\dot{U}_{bc}=Z_3\dot{I}_3=(10-j5).(-2{,}83+j3{,}89)=(-8{,}81+j53{,}07)V$.

Волтметърът показва ефективната стойност на напрежението.

$U_V=U_{bc}=\sqrt{8{,}81^2+53{,}07^2}=53{,}8V$.

7. Изчисляване баланса на мощностите.

Изчислява се напрежението на изводите на източника на ток.

$\dot{U}_{je}=\dot{U}_{bc}=(-8{,}81+j53{,}07)$V.

Мощността на източниците е:

$\dot{S}_И=\dot{E}\overset{*}{I}-U_{je}\overset{*}{J}_{je}=j100(1{,}91-3{,}46)-(-8{,}81+53{,}07)(2{,}5+j2{,}5)=(501+j799{,}2)VA$.

Мощността на консуматорите е:

$\dot{S}_k=ZI^2+Z_1I_1^2+Z_2I_2^2+Z_3I_3^2=10.3{,}95^2+(10+j20)3{,}045^2+(10+j5)1{,}43^2+(10-j5)4{,}81^2$

$\dot{S}_k=(501+j799{,}2)VA$.

Следователно $\dot{S}_И=\dot{S}_k$.

Съставил: доц. д-р Т. Червенкова